

# Kurt Gödel – Argumentul ontologic

Gheorghe Ștefanov

În acest text îmi propun să prezint argumentul ontologic formulat de Kurt Gödel în anul 1970<sup>1</sup> și să îl evaluez critic, având în principal în vedere conceptul *proprietăților pozitive*. În locul notației originale folosite de Gödel voi folosi notația standard a logicii de ordinul doi.

I. În construcția argumentului său, Gödel introduce mai întâi două definiții:

**Def1:**  $G(x) = \text{df } (\forall X)[P(X) \rightarrow X(x)]$

**Def2:**  $E(X, x) = \text{df } (\forall Y) [Y(x) \rightarrow \square (\forall y)(X(y) \rightarrow Y(y))] \& X(x)$

Prima dintre ele ne spune că “a avea proprietatea de a fi Dumnezeu” înseamnă (prin definiție) “a avea toate proprietățile pozitive. În termenii lui Gödel, “pozitiv înseamnă pozitiv într-un sens moral estetic (independent de structura accidentală a lumii). Doar în acest caz sunt adevărate axiomele. Ar putea de asemenea să însemne “atribuire” pură, în opoziție cu “privațiune” sau *care conține o privațiune*.”<sup>2</sup>

A doua definiție ne spune că un obiect are o proprietate în mod esențial (altfel spus, relația dintre un obiect și o proprietate este esențială) dacă și numai dacă (prin definiție) toate celelalte proprietăți pe care le are obiectul respectiv sunt implicate în mod necesar de proprietatea respectivă, iar obiectul chiar are proprietatea respectivă.

În continuare, sunt introduse trei axiome:

**Axioma 1:**  $(\forall X_1) \dots (\forall X_n) [(P(X_1) \& \dots \& P(X_n)) \rightarrow P(X_1 \dots X_n)]$

**Axioma 2:**  $(\forall X)[P(X) \supset P(\sim X)]$

**Axioma 3:**  $(\forall X)[P(X) \rightarrow \square P(X)] \& (\forall X)[\sim P(X) \rightarrow \square \sim P(X)]$

Potrivit primeia, însumarea mai multor proprietăți pozitive, oricare ar fi acestea, e o proprietate pozitivă. A doua axiomă exprimă ideea că pentru orice proprietate, fie aceasta e pozitivă, fie negația ei este pozitivă (dar nu ambele). În fine, cea de a treia axiomă ne spune că orice proprietate pozitivă este în mod necesar pozitivă și orice proprietate negativă este în mod necesar negativă.

Pe baza definițiilor și axiomelor introduse până acum, Gödel va demonstra o primă teoremă:

**Teorema 1:**  $(\forall x)[G(x) \rightarrow \mathbf{E}(G, x)]$

Sensul ei este că dacă un obiect are proprietatea de a fi Dumnezeu, atunci are această proprietate în mod esențial. Teorema 1 poate fi demonstrată în felul următor. Din definiția 1 și axioma 2 reiese că obiectul despre care vorbim instanțiază toate proprietățile pozitive și numai pe ele. (În plus, proprietățile respective, fiind pozitive, sunt în mod necesar pozitive. Aceleași proprietăți vor fi pozitive în orice lume posibilă.)

Deci, pentru orice proprietate **X** (proprietate pozitivă) pe care o are obiectul avut în vedere, proprietatea de a fi Dumnezeu implică în mod necesar că obiectul are proprietatea **X** (fiindcă definiția 1, fiind o stipulare, e un adevăr necesar). Dar potrivit definiției 2, aceasta înseamnă că obiectul avut în vedere are proprietatea de a fi Dumnezeu în mod esențial.

Vor mai fi introduse apoi o a treia definiție și o a patra axiomă:

**Def3:**  $Ex =df (\forall X)[\mathbf{E}(X, x) \rightarrow \square (\exists x)X(x)]$

**Axioma 4:**  $\mathbf{P}(E)$

A treia definiție redă ideea că existența necesară a unui obiect înseamnă (prin definiție) instanțierea necesară a tuturor esențelor obiectului respectiv. Axioma a patra, pe de altă parte, ne spune că existența necesară este o proprietate pozitivă.

Acum Gödel poate demonstra o nouă teoremă:

**Teorema 2:**  $(\exists x)G(x) \rightarrow \square (\exists y)G(y)$

Așa cum am înțeles-o, teorema e utilizată pentru a afirma că dacă există un obiect care are proprietatea de a fi Dumnezeu, atunci în mod necesar există un obiect care are proprietatea de a fi Dumnezeu. Trebuie să observăm că deocamdată nu se face nici o afirmație despre existența lui Dumnezeu. Tot ceea ce ni se spune, în acest pas, este că dacă Dumnezeu există, atunci El există în mod necesar.

Teorema 2 poate fi demonstrată în felul următor. Dacă există un obiect care să aibă proprietatea de a fi Dumnezeu, acesta are în mod esențial această proprietate (potrivit primei teoreme). Întrucât oricare două esențe sunt echivalente (observația lui Gödel la definiția 2), toate esențele obiectului avut în vedere

revin la **G**.

Din axioma 4 reiese că obiectul nostru, având toate proprietățile pozitive (din definiția 1), o are și pe cea a existenței necesare. Astfel, făcând substituția **G/X** în definiția 3 avem:

$\mathbf{E}(G,a) \rightarrow \Box (\exists x)G(x)$  (unde **a** este obiectul pe care îl avem în vedere)

În continuare Gödel deduce pe rând câteva propoziții din teorema 2:

(a)  $\Diamond (\exists x)G(x) \rightarrow \Diamond \Box (\exists y)G(y)$

Aceasta fiindcă teorema 2 e adevărată, potrivit regulii necesității, și în închidere necesară:

$\Box [(\exists x)G(x) \rightarrow \Box (\exists y)G(y)]$

și pentru că acceptăm  $\Box (p \rightarrow q) \rightarrow (\Diamond p \rightarrow \Diamond q)$

(b)  $\Diamond (\exists x)G(x) \rightarrow \Box (\exists y)G(y)$

Aceasta pentru că utilizăm substituția în subformula  $\Diamond \Box (\exists y)G(y)$  și acceptăm principiul  $\Diamond \Box p \rightarrow \Box p$  (un principiu logic care ține doar în cadrul sistemului modal S5).

Ultima axiomă introdusă de către Gödel este:

**Axioma 5:**  $(\forall X)(\forall Y)[(\mathbf{P}(X) \ \& \ (\forall x)\Box(X(x) \rightarrow Y(x))) \rightarrow \mathbf{P}(Y)]$

Sensul ei este că o proprietate implicată în mod necesar de o proprietate pozitivă este la rândul ei pozitivă. Cu alte cuvinte, dacă din faptul că un obiect are o anumită proprietate pozitivă reiese că ar trebui să aibă, în toate lumile posibile, o altă proprietate, atunci acea proprietate este, la rândul ei, tot o proprietate pozitivă.

Acum Gödel introduce un alt enunț. Deși acesta nu este numit în mod explicit “teoremă”, are tot statutul unei teoreme, care poate fi demonstrată pe baza axiomelor și definițiilor introduse anterior.

**“Teorema 3”:**  $\Diamond (\exists x)G(x)$

Enunțul respectiv exprimă ideea că e posibil să existe un obiect care are proprietatea de a fi Dumnezeu. Demonstrația poate fi oferită în felul următor. A spune că e posibil să existe un obiect care are proprietatea de a fi Dumnezeu revine la a spune că e posibil să existe un obiect care să instanțieze toate proprietățile pozitive. Adică la a spune că proprietățile pozitive nu sunt incompatibile între ele.

Acum putem folosi metoda reducerii la absurd. Să presupunem că ar exista incompatibilități între proprietățile pozitive. Să numim proprietatea obținută prin însumarea tuturor proprietăților pozitive **S**. Potrivit primei axiome aceasta ar trebui să fie o proprietate pozitivă.

Iar potrivit axiomei 5, toate proprietățile implicate în mod necesar de **S** ar trebui să fie la rândul

lor proprietăți pozitive. Dar **S**, fiind contradictorie (Gödel folosește expresia  $x \neq x$ ), va implica în mod necesar orice proprietate, deci și proprietăți negative, în contradicție cu afirmația din a cincea axiomă.

Întrucât presupunerea noastră a dus la o contradicție, reiese că nu pot exista incompatibilități între proprietățile pozitive.

În încheierea textului său Gödel formulează următoarea observație:

$$(\forall X)[\mathbf{P}(X) \rightarrow \sim((\forall x)\Box\sim X(x))]$$

Potrivit acesteia, nu există proprietăți pozitive neinstanțiate. Cu alte cuvinte, ni se garantează, prin această observație, că dacă proprietățile pozitive pot forma un sistem consistent, e posibil să existe un obiect care să le instanțieze *pe toate*.

Acum poate fi formulată și concluzia argumentului ontologic construit de Gödel:

$$\Box(\exists x)G(x)$$

Ceea ce înseamnă că în mod necesar există *cel puțin un obiect*<sup>3</sup> care are proprietatea de a fi Dumnezeu. Demonstrația concluziei poate fi dată pe baza propoziției (b) dedusă din teorema 2 și a enunțului pe care l-am notat aici cu “*teorema*” 3, utilizând modus ponens.

**II.** Să ne uităm în continuare la felul în care caracterizează Gödel proprietățile pozitive. În primul rând, dacă luăm în considerare mulțimea proprietăților pozitive, putem observa că aceasta are următoarele caracteristici: (a) e închisă față de implicație necesară (aceasta reiese din axioma 5), (b) își conține toate submulțimile de proprietăți pozitive ca elemente (aceasta reiese din axioma 1), (c) are aceleași elemente în toate lumile posibile (potrivit axiomei 3), (4) conține ca elemente existența necesară (potrivit axiomei 4) și identitatea (potrivit observației de la la axioma 5) și (5) dacă are ca element o proprietate, atunci nu va avea ca element negația acesteia (potrivit axiomei 2).

În plus, pe baza observației finale a lui Gödel, știm că proprietățile pozitive sunt în mod necesar instanțiate.

Cu privire la proprietățile pozitive, așa cum sunt înțelese ele de către Gödel, au fost formulate mai multe probleme. În primul rând, putem fi îndreptățiți să ne întrebăm câte proprietăți pozitive există. Sunt infinit numărabil de multe? Sunt infinit nenumărabil de multe? Și cum pot fi însumate proprietățile pozitive?<sup>4</sup>

În al doilea rând, includerea existenței necesare în rândul proprietăților pozitive ridică, la rândul său, o problemă. Este posibil să nu existe obiecte a căror existență să fie necesară. Cu alte cuvinte, ar fi posibil ca existența necesară să nu fie instanțiată. Dar în aceste condiții, cum ar mai putea fi existența

necesară o proprietate pozitivă, dat fiind că proprietățile pozitive trebuie să fie, toate, instanțiate?<sup>5</sup>

În al treilea rând, nu e deloc limpede ce relație au proprietățile pozitive cu atribute tradiționale ale divinității precum omnipotența, omnisciența sau ubicuitatea.<sup>6</sup> Sunt toate acestea, datorită faptului că sunt proprietăți pozitive, instanțiate?

În al patrulea rând, e greu de acceptat că proprietățile pozitive trebuie să fie interpretate în sensul unei evaluări morale. Atât mila, cât și dreptatea, de pildă, sunt proprietăți valorizate pozitiv, din punct de vedere moral. Dar între acestea există o anumită tensiune. Există situații în care e imposibil de conceput un judecător care este, în același timp, și milos, dar și drept.<sup>7</sup>

În fine, există autori<sup>8</sup> care observă că există o asemănare pronunțată între caracterizarea mulțimii proprietăților pozitive și caracterizarea mulțimii propozițiilor adevărate. Pe baza acestei asemănări s-ar părea că distanța dintre axiome și concluzia potrivit căreia e posibil ca setul maximal consistent al proprietăților pozitive să fie instanțiat, e mult prea mică.

Pe lângă aceste probleme, care nu sunt neapărat de natură să ducă la respingerea argumentului ontologic formulat de Gödel, aș dori să mai scot în evidență o altă problemă, care mi se pare deosebit de serioasă.

Să notăm cu **VR** proprietatea de a fi în întregime de culoare verde și de culoare roșie. Iar acum să observăm că, orice obiect am lua, despre acesta va fi adevărat în toate lumile posibile că nu deține VR. Formal, vom exprima acest lucru astfel:

$$(\forall x)\Box\sim VR(x)$$

Dar atunci, afirmația că un anumit obiect nu deține **VR** e implicată în mod necesar de orice altă afirmație despre obiectul respectiv, inclusiv de o afirmație prin care i se atribuie obiectului respectiv o proprietate pozitivă (fie aceasta **Z**). Adică:

$$(\forall x)\Box(Z(x) \rightarrow \sim VR(x))$$

De aici, potrivit axiomei 5, reiese că  $\sim VR$  este o proprietate pozitivă. Adică:

$$P_{(\sim VR)}$$

Dar a nu fi în întregime verde și roșu nu este o atribuire, ci o “privațiune”, așa că nu poate fi o proprietate pozitivă. Iar dacă se susține că este vorba, totuși, în acest caz, de o proprietate pozitivă, atunci ar trebui să înțelegem în ce sens sunt, în acest caz, proprietățile pozitive atribuirii.

Lăsând la o parte ideea de atribuire, putem observa următoarele. Fie V (adică “a fi în întregime verde”) și R (“a fi în întregime roșu”) sunt proprietăți pozitive, fie nu sunt. Dar dacă sunt, atunci însumarea lor (adică VR) ar trebui să fie o proprietate pozitivă (potrivit axiomei 1). Am arătat însă

anterior că  $P_{(\sim VR)}$ . Iar  $P_{(VR)}$  și  $P_{(\sim VR)}$  nu sunt consistente cu axioma 2, ceea ce înseamnă că am obținut o contradicție. Același rezultat poate fi obținut utilizând proprietăți matematice care nu pot fi definite una prin cealaltă, cum ar fi “număr par” și “număr prim strict mai mare decât 2”.

## BIBLIOGRAFIE

- Kurt Gödel, *Kurt Gödel - Collected Works - vol. III* (edited by Solomon Feferman and alii.), New York, Oxford University Press, 1995
- Jordan Howard Sobel, "Gödel's Ontological Proof" in *On Being and Saying. Essays for Richard Cartwright*, ed. Judith Jarvis Thomson, MIT Press, 1987.
- C. Anthony Anderson, "Some Emendations of Gödel's Ontological Proof", *Faith and Philosophy*, Vol. 7, No 3, pp. 291-303, July 1990.
- Graham Oppy, “Ontological Arguments”, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Winter 2003 Edition), Edward N. Zalta (ed.) (publicat pe internet la adresa: <http://plato.stanford.edu/entries/ontological-arguments/>)
- Christopher Small, “Kurt Gödel's Ontological Argument” (publicat pe internet la adresa: <http://www.stats.uwaterloo.ca/~cgsmall/ontology.html>)
- Ted Drange, “Incompatible-Properties Arguments: A Survey”, *Philo*, 1998 (2), pp. 49-60 (publicat pe internet la adresa: [http://www.infidels.org/library/modern/theodore\\_drange/incompatble.html](http://www.infidels.org/library/modern/theodore_drange/incompatble.html))

1 “Gödel showed his \*1970 [Ontological Proof] to Dana Scott, and discussed it with him, in February 1970. Gödel was very concerned about his health at that time, feared that his death was near, and evidently wished to insure that this proof would not perish with him. Later in 1970, however, he apparently told Oskar Morgenstern that though he was 'satisfied' with the proof, he hesitated to publish it, for fear it would be thought "that he actually believes in God, whereas he is only engaged in a logical investigation (that is, in showing that such a proof with classical assumptions [completeness, etc.], correspondingly axiomatized, is possible).” (Robert Merrihew Adams în *Kurt Gödel - Collected Works - vol. III* (edited by Solomon Feferman and alii.), New York, Oxford University Press, 1995, p. 388)

2 “Positive means positive in the moral aesthetic sense (independently of the accidental structure of the world). Only then are the axioms true. It may also mean pure “attribution” as opposed to “privation” or *containing* privation). This interpretation supports a simpler proof.” (*Kurt Gödel - Collected Works - vol. III* (edited by Solomon Feferman and alii.), New York, Oxford University Press, 1995, p. 388)

3 Potrivit lui Gödel, aceasta este o demonstrație de existență, nu de unicitate.

4 Vezi Ted Drange, “Incompatible-Properties Arguments: A Survey”, *Philo*, 1998 (2), pp. 49-60.

5 Vezi Graham Oppy, “Ontological Arguments”, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Winter 2003 Edition), Edward N. Zalta (ed.)

6 Vezi Jordan Howard Sobel ("Gödel's Ontological Proof" in *On Being and Saying. Essays for Richard Cartwright*, ed. Judith Jarvis Thomson, MIT Press, 1987).

7 Vezi Drange, *ibid.*

8 Vezi chiar introducerea lui Adams din *Kurt Gödel - Collected Works - vol. III* (edited by Solomon Feferman and alii.), New York, Oxford University Press, 1995, p. 388. Vezi, de asemenea, C. Anthony Anderson, "Some Emendations of Gödel's Ontological Proof", *Faith and Philosophy*, Vol. 7, No 3, pp. 291-303, July 1990.